TC - Automatique - Niveau 2

Cycle-Ingénieur 1ère année

TD N°1

ÉTUDE DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS

À l'issue de ce TD, les étudiants seront capables de :

1. Se rappeler les concepts de fonction de transfert, ainsi que comment déterminer la fonction de transfert à partir d'une équation différentielle ou d'un schéma bloc.
   - Identifier l'entrée, la sortie et modéliser le système à l'aide de la transformée de Laplace.
   - Simplifier une fonction de transfert en utilisant les règles de combinaison de blocs (série, parallèle, boucle de rétroaction).
2. Mettre sous forme canonique une fonction de transfert du premier et deuxième ordre et identifier les paramètres caractéristiques.

A. <u>Notions fondamentales :</u>

A.1 Qu'est-ce que la fonction de transfert d'un système ?

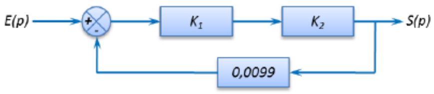
A.2 Comment déterminer la fonction de transfert ?

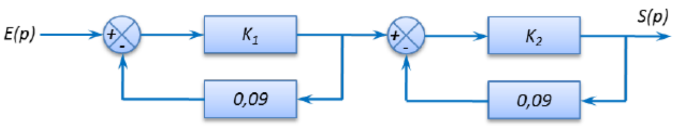
A.3 Comment mettre sous forme canonique une fonction de transfert de premier dégrée ?

A.4 Qu'est-ce que la réponse indicielle d'un système ?

B. <u>Schémas blocs :</u>

B.1 On considère les systèmes représentés ci-dessous :

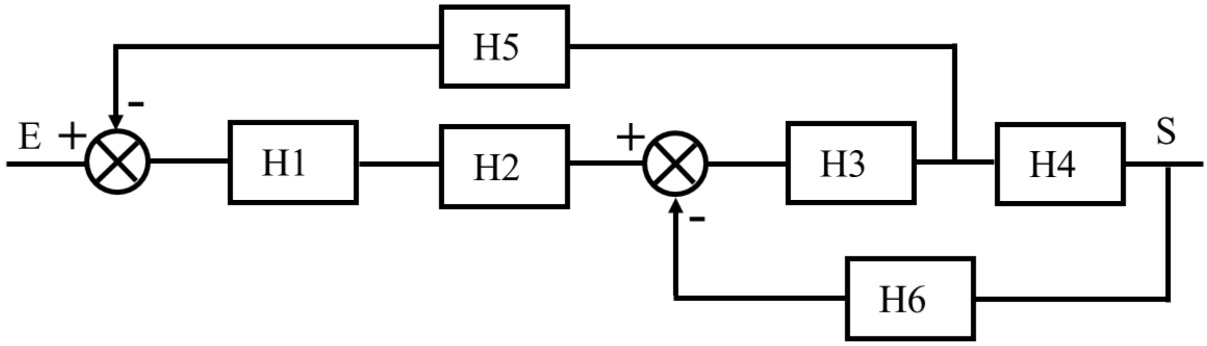




Le premier système a pour fonction de transfert $H_1(p)$ et le deuxième $H_2(p)$.

a. Calculer $H_1(p)$ et $H_2(p)$.
b. On pose $K_1 = K_2 = K$. Calculer K tel que $H_1(p) = H_2(p)$

B.2 Le système mécanique est placé dans un ensemble complexe, décrit par le schéma-bloc suivant. Exprimez la fonction de transfert du système complet à partir des blocs H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 et H_6.



<u>Sur Matlab :</u>

B.3 Utilisez Matlab pour calculer la fonction de transfert globale et pour représenter sa réponse à un échelon unitaire, avec :

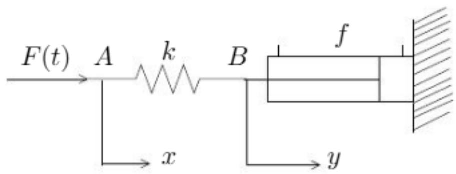
$H_1(p) = \frac{1}{p+2}$ $\quad$ $H_2(p) = \frac{1}{-p+2}$ $\quad$ $H_3(p) = \frac{(p+1)}{p^2+p+1}$

$H_4(p) = 4$ $\quad$ $H_5(p) = \frac{1}{0.01p+100}$ $\quad$ $H_6(p) = 6.$

Ensuite, toujours avec Matlab, calculez la fonction de transfert en boucle fermée.

C. <u>Modélisation : obtention de la fonction de transfert</u>

C.1 Soit le système mécanique comprenant un ressort lié à un piston, coulissant dans un cylindre immobile, comme dans la figure suivante :



où x(t) et y(t) représentent les déplacements des points A et B par rapport à leur position d'équilibre. Les paramètres k et f désignent respectivement le coefficient de raideur du ressort et le coefficient de frottement visqueux. Déterminer la **fonction de transfert**, c'est-à-dire la relation entre l'entrée (le déplacement x(t)) et la sortie (le déplacement y(t)), à partir des équations mécaniques suivantes qui décrivent le comportement du système.

Lorsqu'une force F(t) est appliquée au point A, on obtient le modèle dynamique suivant :

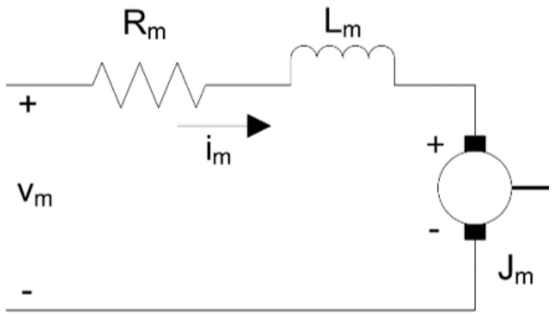
— au niveau du ressort : $\quad F(t) = k(x(t) - y(t))$

— si M est la masse du piston nous avons : $\quad M\frac{d^2y(t)}{dt^2} = F(t) - f\frac{dy(t)}{dt}$

D. Modélisation : obtention de la fonction de transfert d'un MCC

Considère le système suivant comme monovariable, linéaire, invariant dans le temps. Il est donc possible de les représenter par des équations différentielles à coefficients constants ;

La figure suivante représente un moteur à courant continu commandé par l'inducteur.



Le système représenté par la figure est décrit par les équations suivantes

Equation électrique :

$$v(t) = e(t) + Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

Equation mécanique :

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) - f\omega(t)$$

Equation couple de moteur :

$$C_m(t) = k_m i(t)$$

Equation force électromotrice :

$$e(t) = k_e \omega(t)$$

v(t) = tension aux bornes du moteur [V]
e (t) = force électromotrice [V]
i(t) = le courant [A]
C_m(t) = le couple moteur [N.m]
ω(t) = la vitesse de rotation du moteur [rad/s]
R = la résistance des armatures du moteur [Ω]
L = l'inductance des armatures du moteur [H]
J = l'inertie du moteur [kg.m2]
f = coefficient de frottement [N.m.s]
k_m = constante du couple moteur [N.m/A]
k_e =constante de force électromotrice [V.s/rad]

D.1 Identifiez les variables qui dépendent du temps, et assignez la variable de Laplace associé.

D.2 Mettre le système d'équations du MCC en espace de Laplace.

D.3 Dessinez le schème bloc qui associe tous les éléments du système.

D.4 Trouver la fonction de transfert du système, en considérant la tension v(t) comme entrée et la vitesse $\omega(t)$ comme sortie.

D.5 Comparez-en Simulink les deux schémas : celui avec les blocs contre celui qui contienne la fonction de transfert complète. Appliquez aux deux schémas la même entrée (un échelon unitaire), et comparez la sortie de deux blocs sur un même oscilloscope (scope) pour vérifier que des deux représentations sont équivalentes. Pour cela, utilisez les valeurs du tableau ci-joint.

R=5.4 Ω
K_m=0.42 N·m/A
K_e=0.42 V/(rad/s)
J_m=8 x 10^{-6} kg·m^2
L_m=1.5 H
f=0.12 N.m.s