

# Les transformateurs

2022 / 2023



## *Définition :*

Un **transformateur** électrique est un convertisseur permettant de modifier les valeurs de la tension et du courant délivrées par une source ou un circuit d'énergie électrique ***alternative, sans changer la fréquence.***

Analogie mécanique : l'engrenage à roues dentées

- couple <-> tension
- vitesse de rotation <-> courant

# Histoire du transformateur



**Premier transformateur,  
à noyau linéaire (1884)**



**Lucien GAULARD  
(1850-1888)**

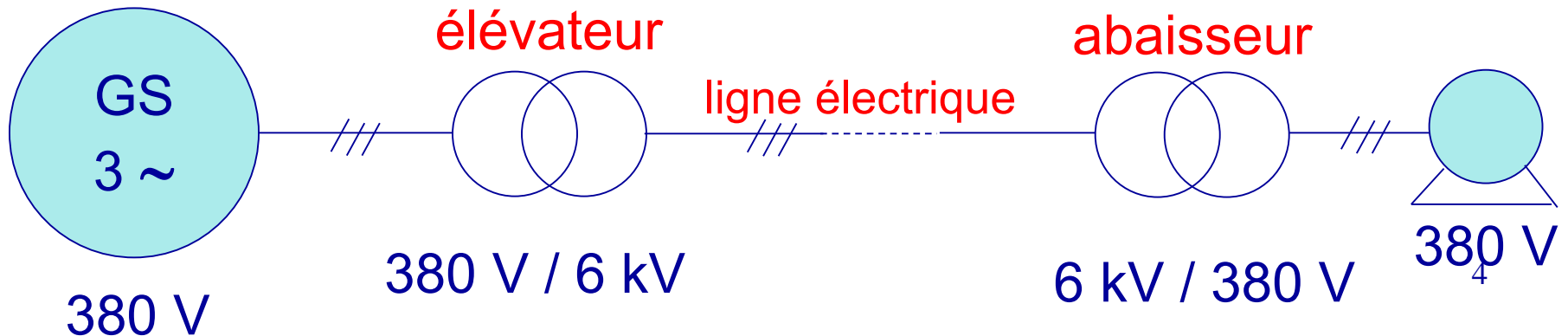
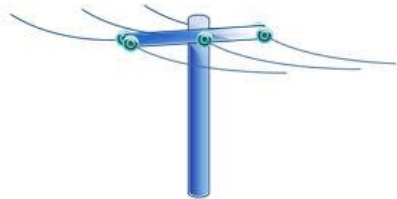
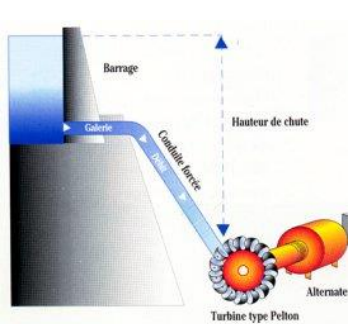


**Transformateur à circuit  
magnétique fermé (1886)**

# But du transformateur :

Modifier, changer la valeur des tensions alternatives, les élever ou les abaisser.

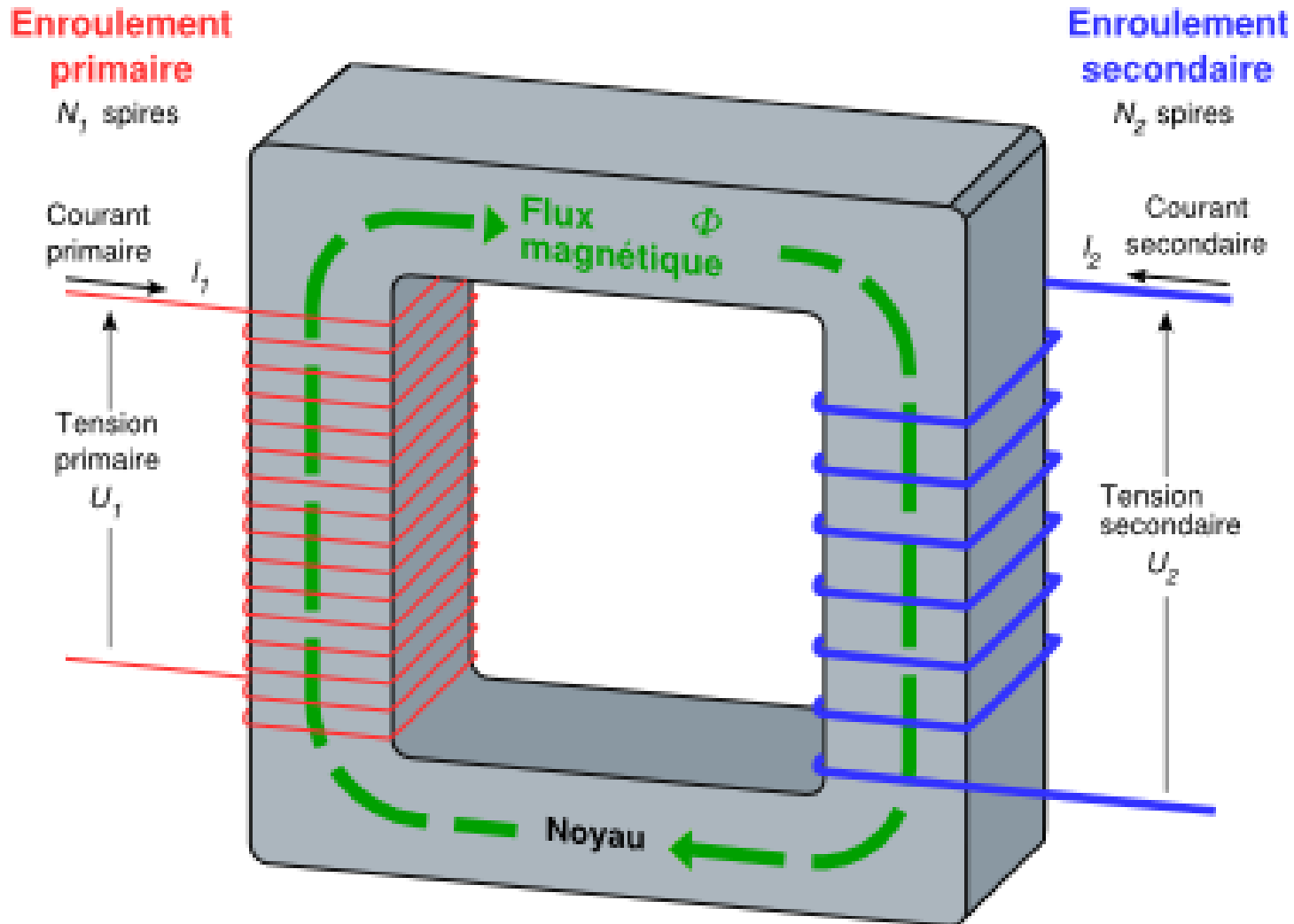
But : transporter l'énergie électrique avec **le moins de pertes possible.**



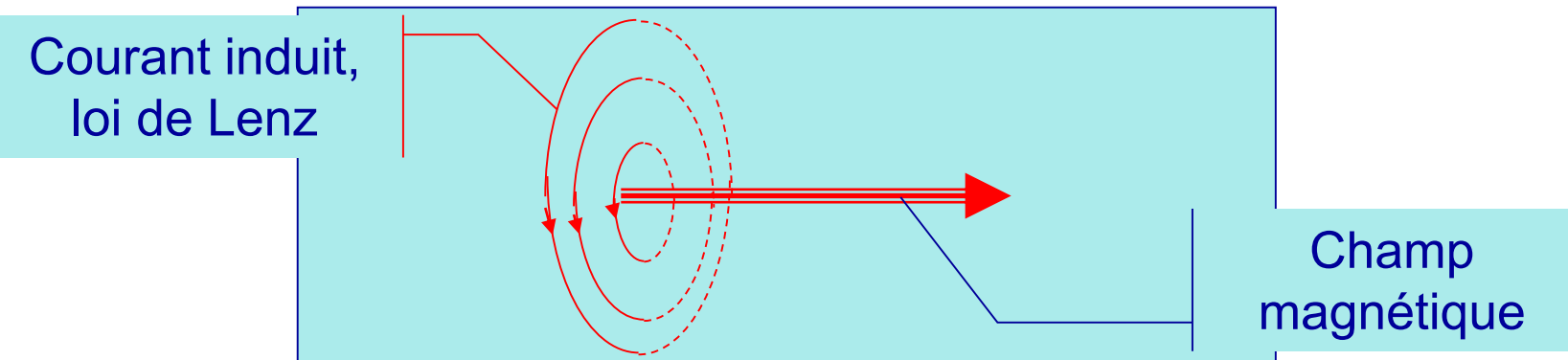
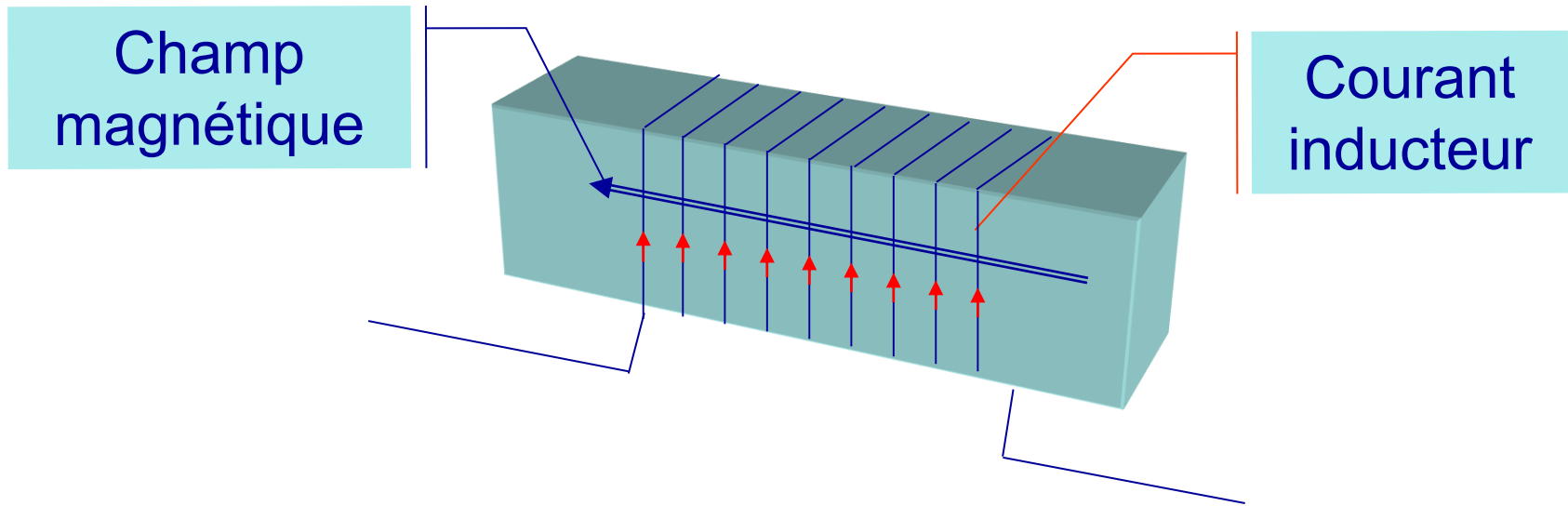
# Constitution-Principe

## Un transformateur comprend :

- un circuit magnétique fermé, feuilleté
- deux enroulements : primaire et secondaire



# Pourquoi feuilletter les circuits magnétiques



A cause du champ magnétique variable, des boucles de courant prennent naissance dans le métal (courants de Foucault).

Ces courants créeraient des pertes Joule susceptibles d'échauffer fortement le métal.

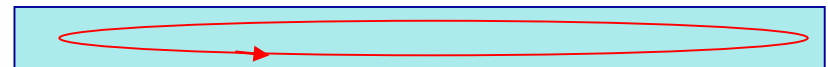
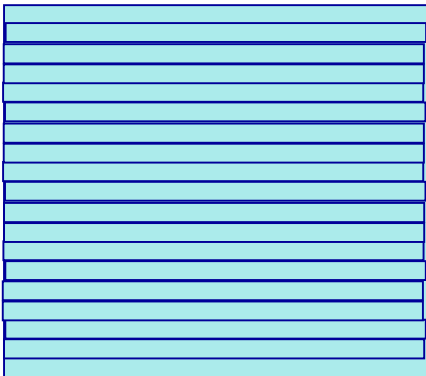


# Pourquoi feuilletter les circuits magnétiques

En feuilletant le métal, on empêche le développement des courants de Foucault



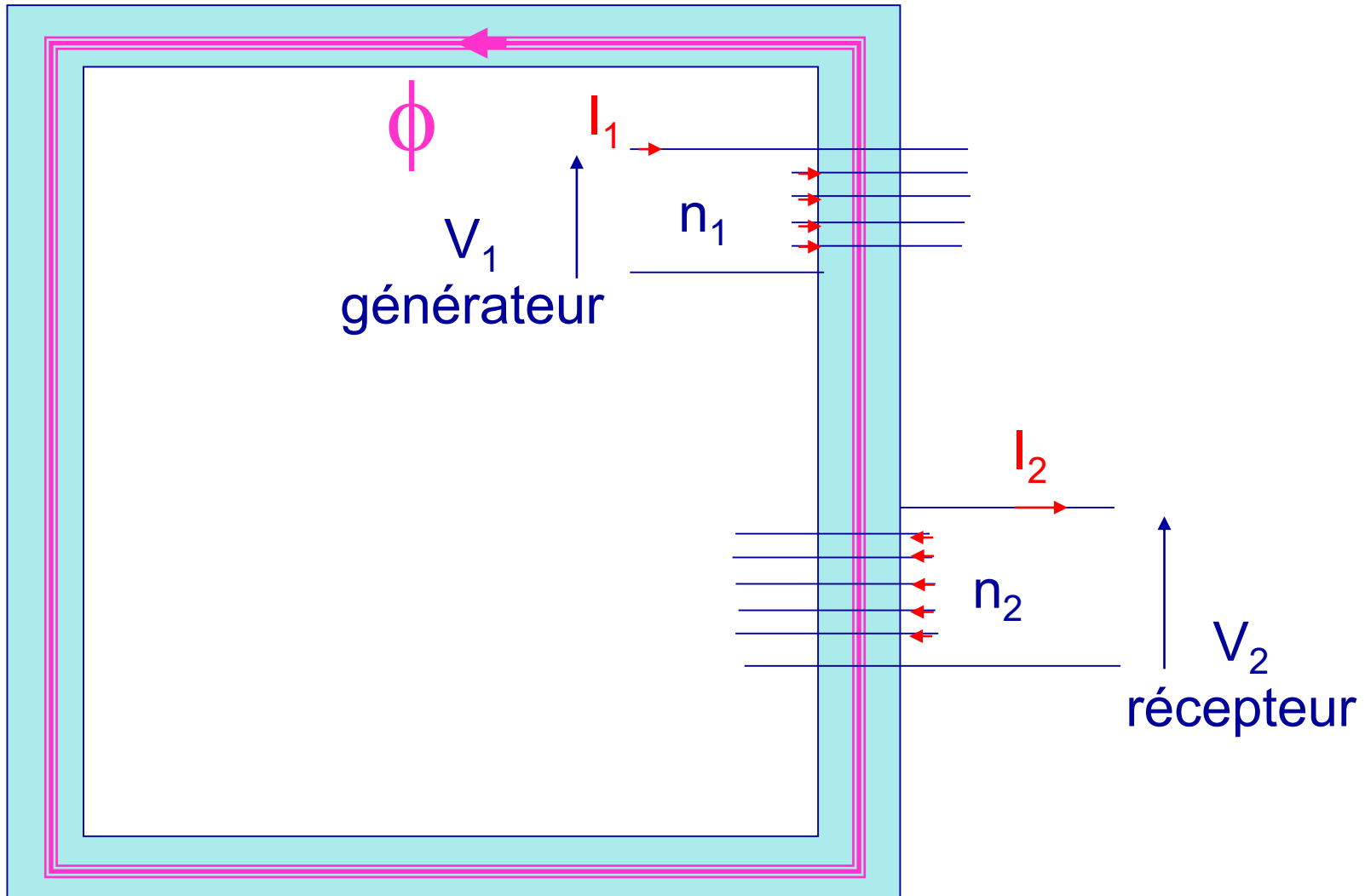
Tôles en fer au silicium (augmente la résistivité)  
- épaisseur de 0,2-0,3-0,5 mm



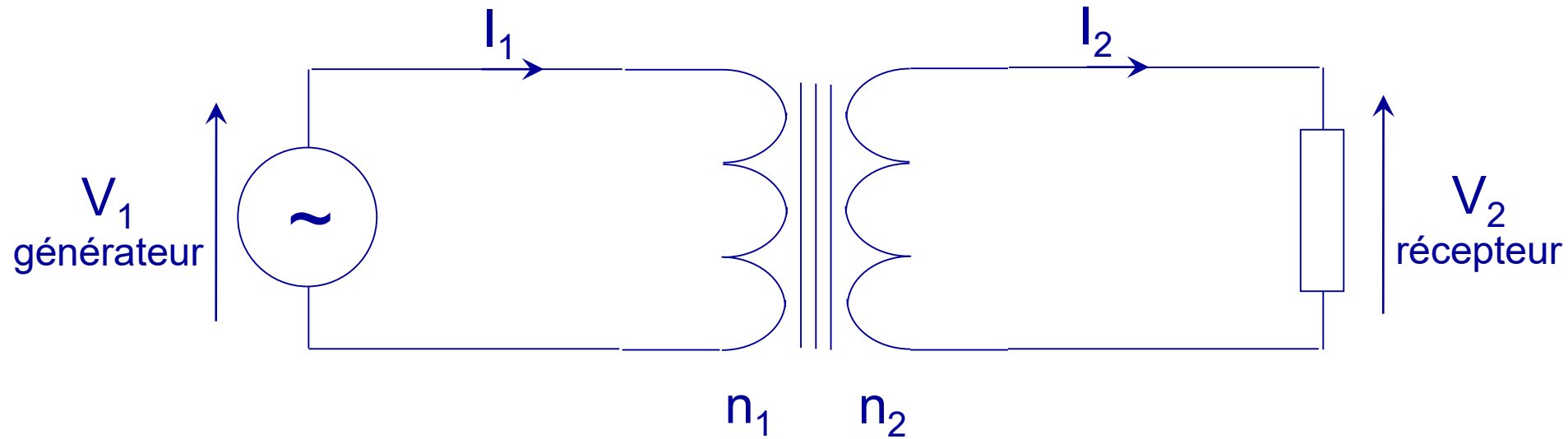
Courant de Foucault très faibles

# Equations du transformateur parfait

# Transformateur parfait



# Transformateur parfait



Pour une spire :

$$\left. \begin{aligned} e(t) &= -\frac{d\phi(t)}{dt} \\ \phi(t) &= \Phi_{\max} \cdot \sin(\omega t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \underline{E} = j\omega \underline{\Phi}$$

équation de maille du secondaire :

$$\underline{V}_2 = j\omega n_2 \underline{\Phi}$$

équation de maille du primaire :

$$\underline{V}_1 = j\omega n_1 \underline{\Phi}$$

# Transformateur parfait

Le flux commun  $\phi$  est donné par la relation d'Hopkinson :

$$n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} = \mathfrak{R} \underline{\Phi}$$



Réductance

La **réductance** est l'aptitude d'un circuit magnétique à s'opposer au passage d'un champ magnétique.

Pour un transformateur parfait, la réductance est nulle :

$$n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} = 0$$

# Transformateur parfait

$$\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}$$



La phase de  $\underline{V}_2$  et de  $\underline{V}_1$  respectivement de  $\underline{I}_1$  et  $\underline{I}_2$  est la même.

$n_2/n_1$  – rapport de transformation (réel)

Le rendement d'un transformateur parfait est égal à 1

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1 = V_2 I_2 \cos \varphi_2 = P_2$$

# Transformateur parfait

Le flux  $\phi$  est lié à la tension d'alimentation  $V_1$

$$\underline{V}_1 = j \omega n_1 \underline{\Phi} \quad \Rightarrow \quad \underline{\Phi} = \frac{\underline{V}_1}{j \omega n_1} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{V_1}{\omega n_1} \quad \text{en module}$$

Si la section du circuit magnétique est  $S$ ,

$$B_{eff} = \frac{\Phi}{S} = \frac{B_{max}}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad B_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\omega n_1 S} V_1 \leq B_{saturation}$$

# Modélisation du transformateur réel

# Transformateur réel à vide

**à vide :  $I_2 = 0$**

Pour un transformateur parfait,  $I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = 0$

Un transformateur réel absorbe un courant  $I_1 \neq 0$  même si  $I_2 = 0$ .

On ne peut plus négliger  $\mathcal{R}$ , les équations deviennent :

$$n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} = \mathcal{R} \underline{\Phi}$$

$$\underline{V_1} = j \omega n_1 \underline{\Phi}$$

$$\underline{V_2} = j \omega n_2 \underline{\Phi}$$

## Transformateur réel à vide

Le bobinage primaire absorbe un courant égal à :

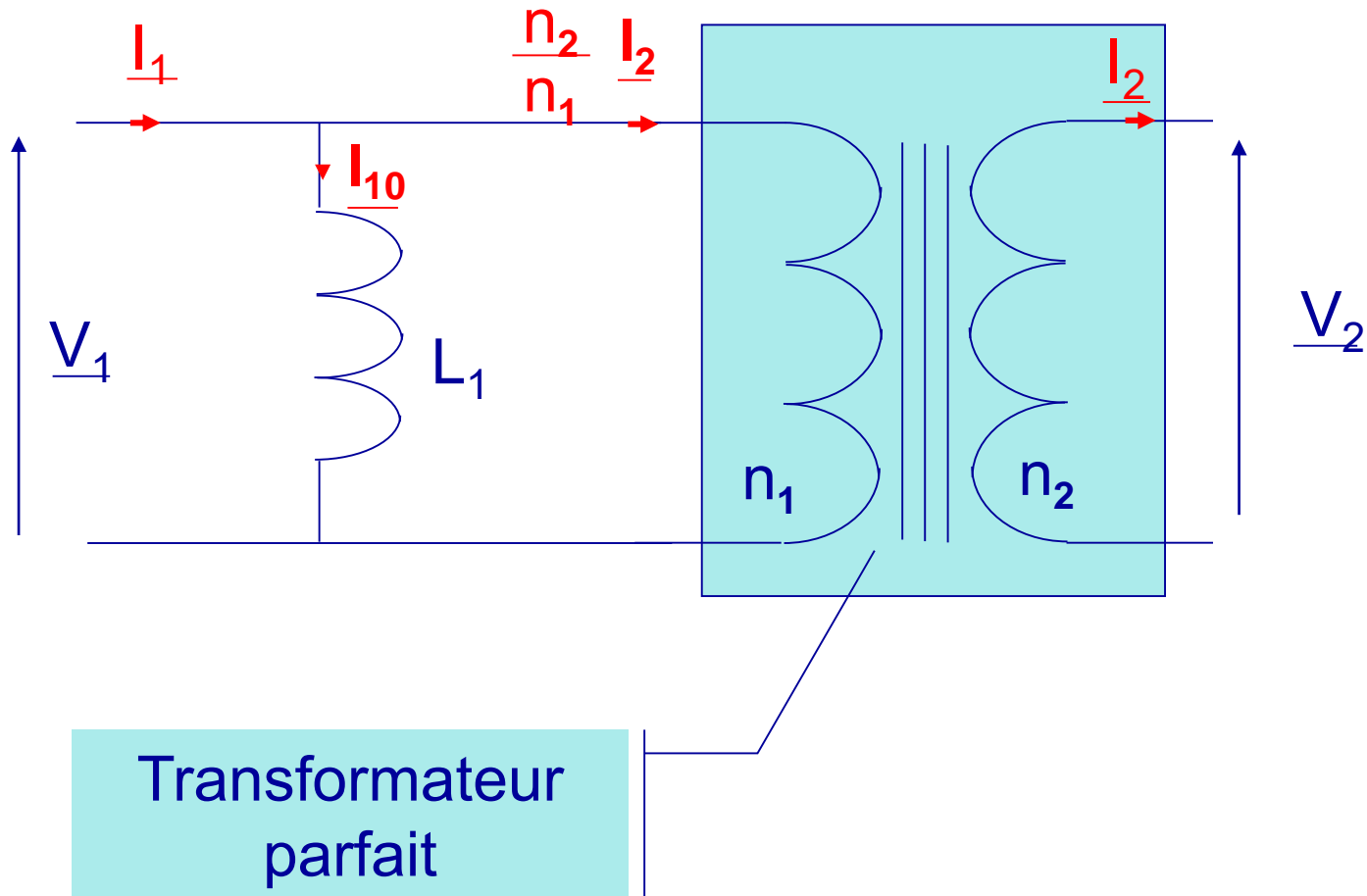
$$\underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I_2} + \frac{\Re \Phi}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I_2} + \frac{\Re V_1}{j \omega n_1^2}$$

$\frac{\Re V_1}{j \omega n_1^2}$  est le courant magnétisant noté  $\underline{I_{10}}$

$$\underline{I_{10}} = \frac{\underline{V_1}}{j \omega \frac{n_1^2}{\Re}} = \frac{\underline{V_1}}{j \omega L_1} \quad \text{avec} \quad L_1 = \frac{n_1^2}{\Re}$$

# Transformateur réel à vide

Schéma équivalent :



# Transformateur réel à vide

## Prise en compte des pertes fer :

Le flux alternatif provoque des courants de Foucault qui, bien que diminués par le feuilletage du circuit magnétique, échauffent ce dernier.

Le flux alternatif provoque également des pertes par hystérésis (retournement des petits aimants élémentaires).

En plus du courant  $I_{10}$  absorbé pour faire circuler le flux  $\phi$ , le primaire absorbe une intensité  $I_{1F}$  en phase avec la tension  $V_1$  et responsable des pertes fer.

$I_{1F}$  est une intensité active, en phase avec  $V_1$

$I_{10}$  est une intensité réactive en quadrature avec  $V_1$

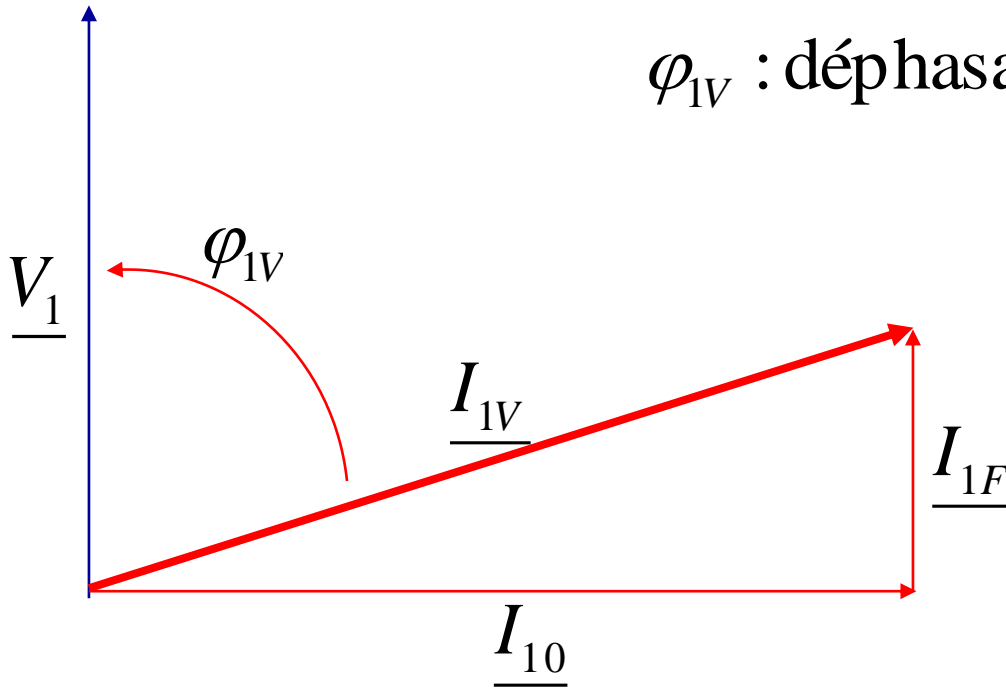
# Transformateur réel à vide

Prise en compte des pertes fer

$$P_{fer} = V_1 I_{1F} = V_1 I_{1V} \cos \varphi_{1V}$$

$$\underline{I}_{1V} = \underline{I}_{10} + \underline{I}_{1F}$$

$\varphi_{1V}$  : déphasage entre  $\underline{V}_1$  et  $\underline{I}_{1V}$

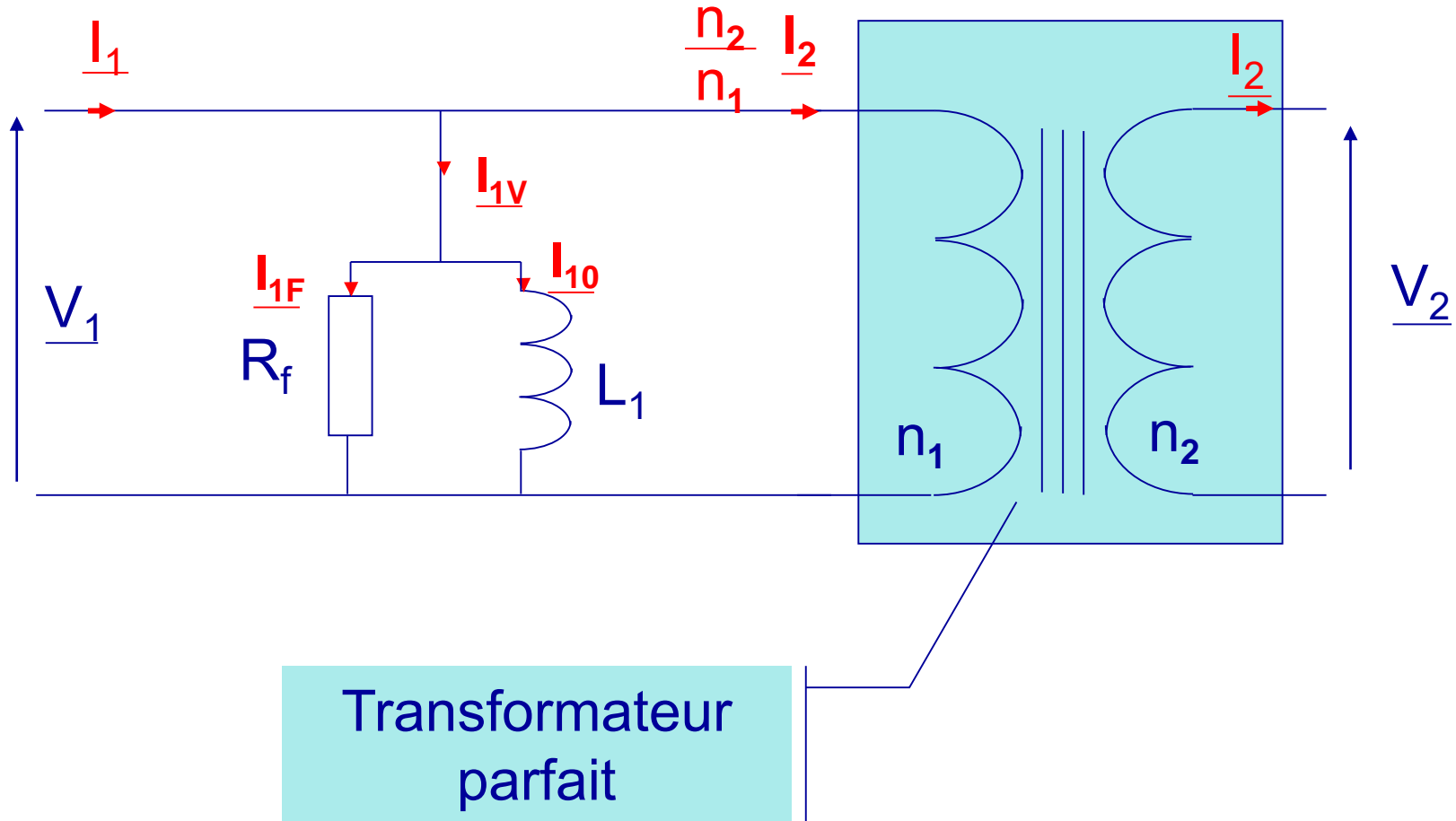


$$P_{fer} = V_1 I_{1F} = \frac{V_1^2}{R_f}$$

# Transformateur réel à vide

Prise en compte des pertes fer

Schéma équivalent :



# Transformateur réel à vide

Relation entre les courants :

$$\underline{I_1} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I_2} + \underline{I_{1V}}$$

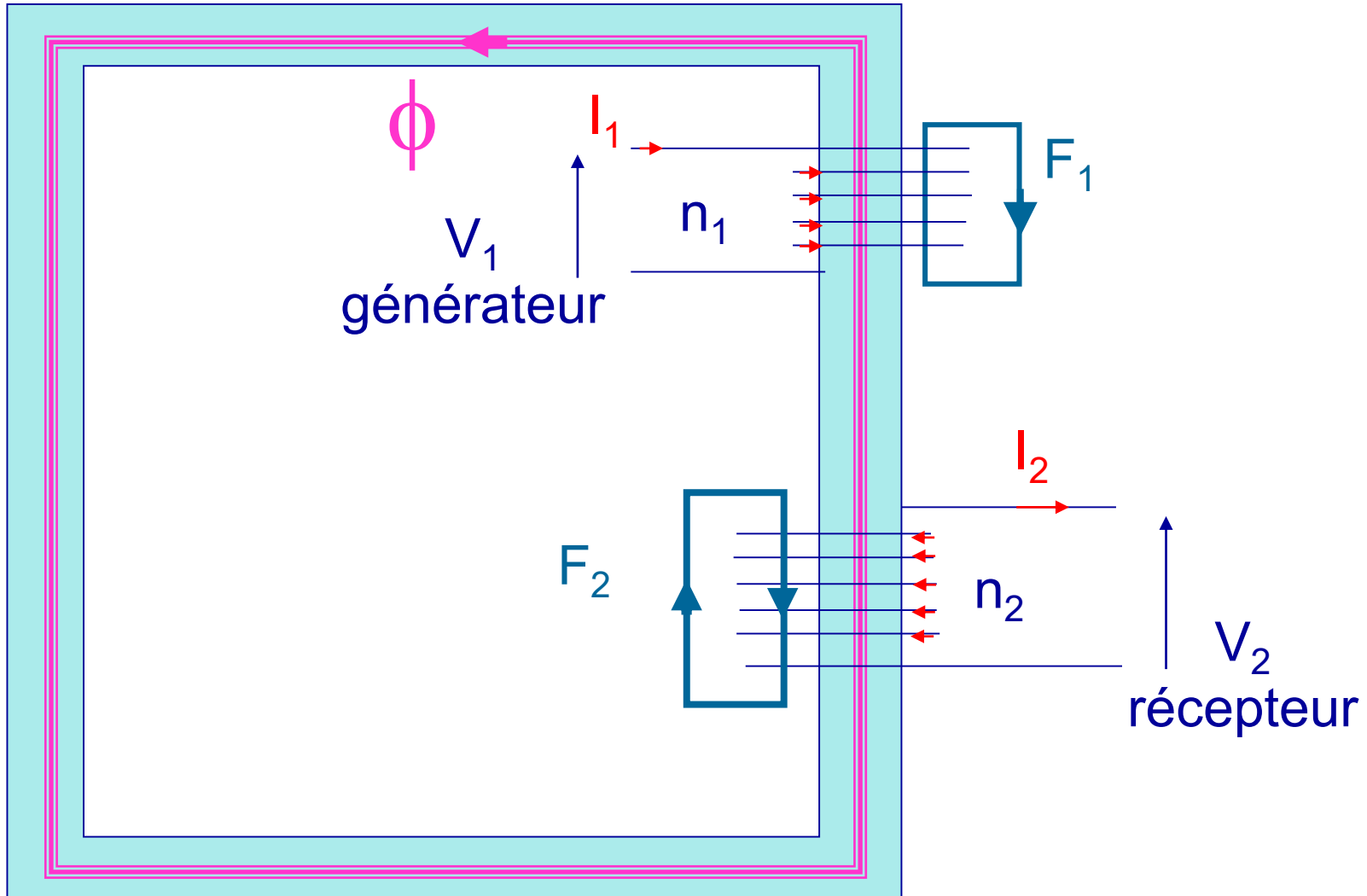
Relation entre les tensions :

$$\frac{\underline{V_2}}{\underline{V_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Lorsque le courant absorbé par la charge placée au secondaire est très important,  $I_1 \gg I_{1V}$ , le transformateur se comporte à peu près comme un transformateur parfait ( $I_{1V}$  devient négligeable).

# Transformateur réel en charge

## Flux de fuites



# Transformateur réel en charge

## Inductances de fuites

Flux traversant 1 spire du primaire :

$$\underline{\Phi}_1 = \underline{\Phi} + \underline{F}_1$$

Flux à travers le circuit magnétique

Flux de fuite

Flux traversant 1 spire du secondaire :

$$\underline{\Phi}_2 = \underline{\Phi} - \underline{F}_2$$

Les flux de fuites se refermant dans l'air :

$$n_1 \underline{F}_1 = \ell_1 \underline{I}_1$$

$$n_2 \underline{F}_2 = \ell_2 \underline{I}_2$$

Inductance de fuite

# Transformateur réel en charge

Lorsque les courants absorbés sont importants, on doit prendre en compte :

- les chutes de tension dans les inductances de fuites
- les chutes de tension dans les résistances ohmiques des bobinages primaires et secondaires.

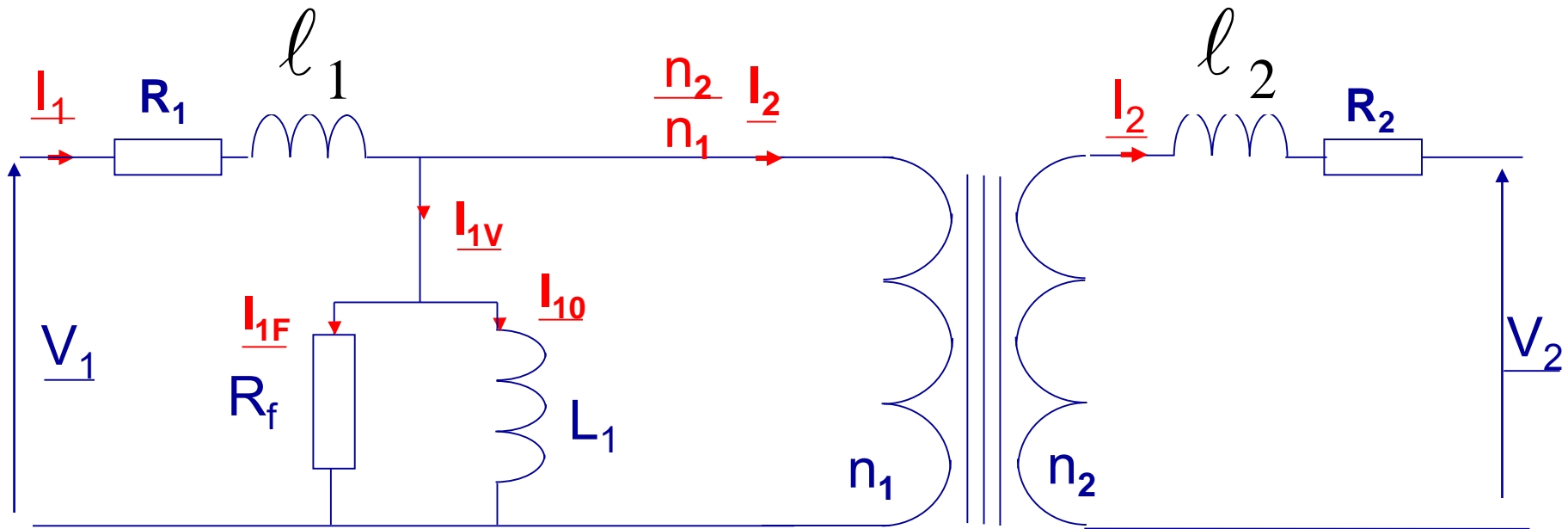
$$\underline{V}_1 = (R_1 + j\omega\ell_1)\underline{I}_1 + j\omega n_1 \underline{\Phi}_1$$

$$\underline{V}_2 = -(R_2 + j\omega\ell_2)\underline{I}_2 + j\omega n_2 \underline{\Phi}_2$$

$$\underline{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{1V} = \frac{n_2}{n_1} \underline{I}_2 + \underline{I}_{10} + \underline{I}_{1F}$$

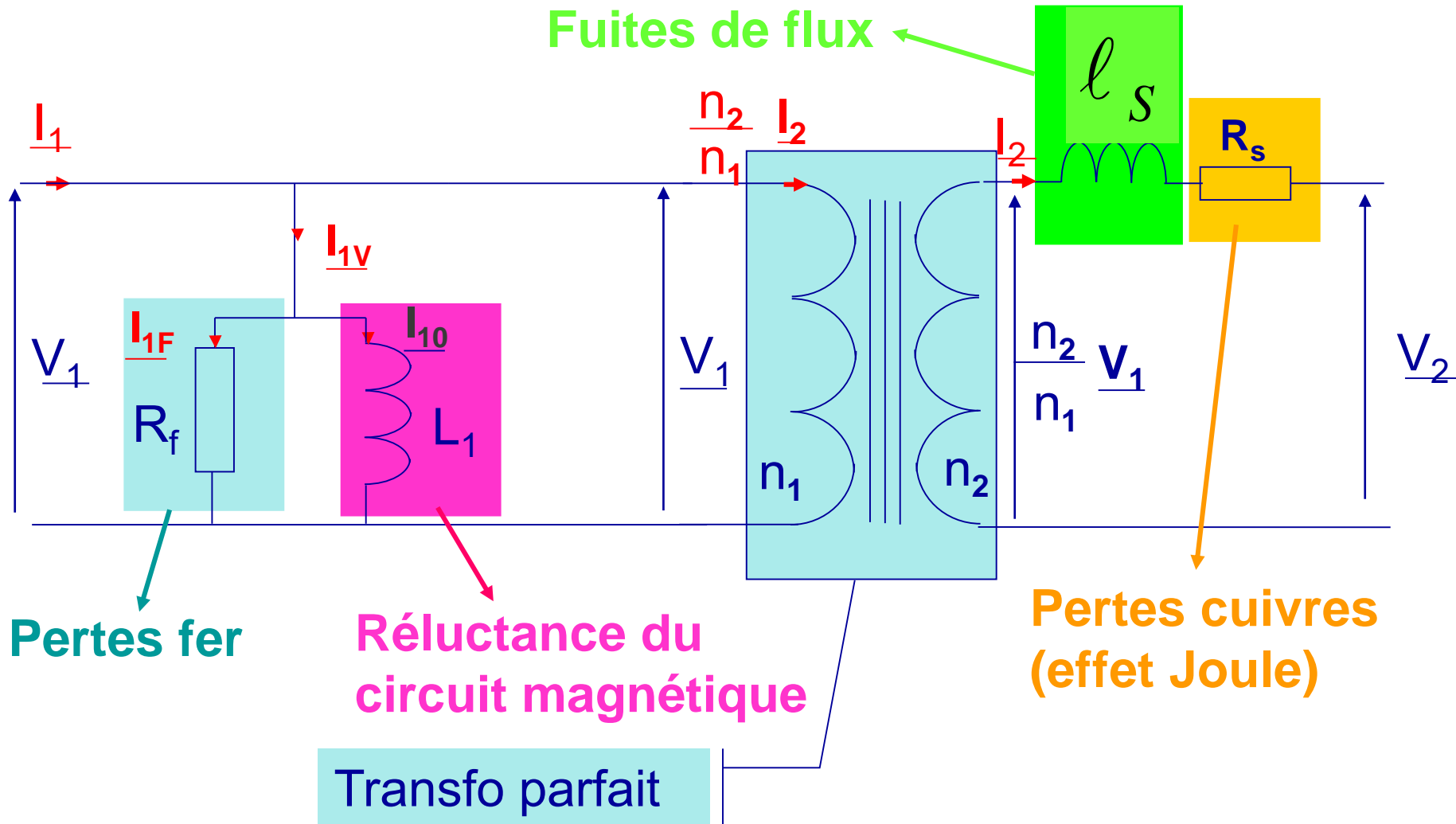
# Transformateur réel en charge

Schéma équivalent :



# Localisation des imperfections du transformateur

Fuites de flux



$$R_s = R_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 R_1$$

$$l_s = l_2 + \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 l_1$$

# Équation de Kapp = équation de maille du secondaire

$$\frac{n_2}{n_1} \underline{V}_1 = \underline{V}_2 + (R_s + j\omega \ell_s) \underline{I}_2$$

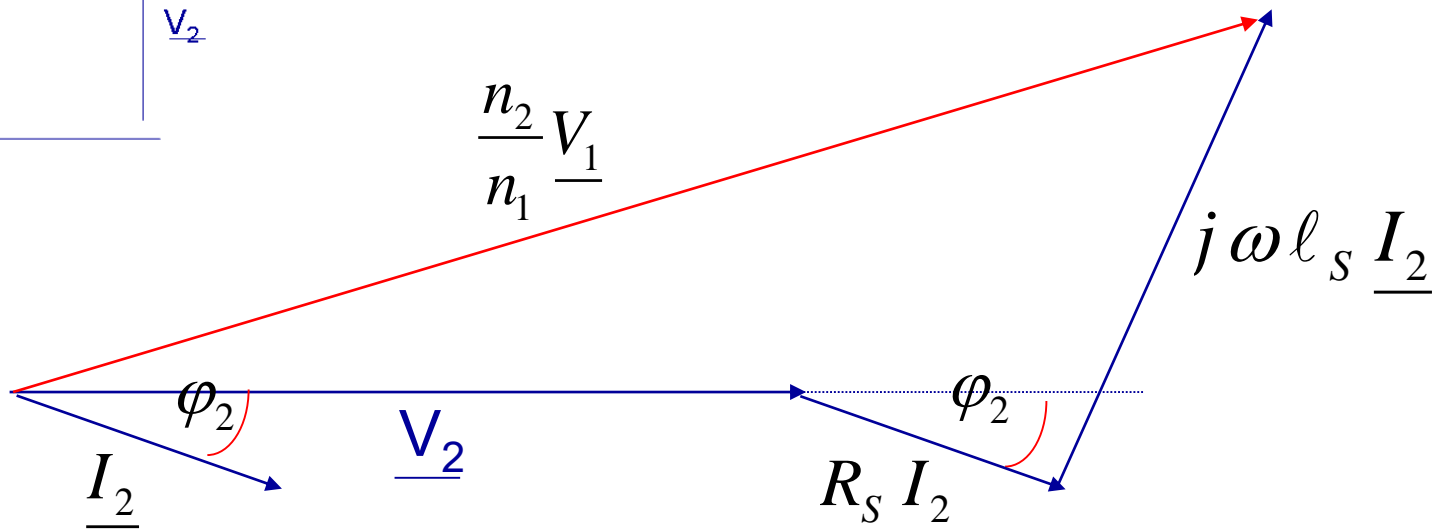
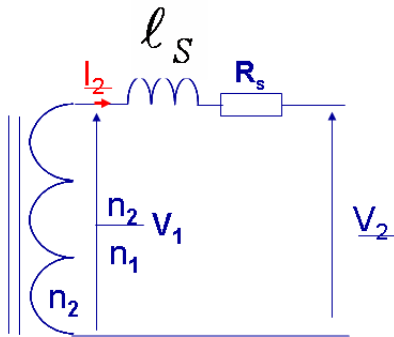
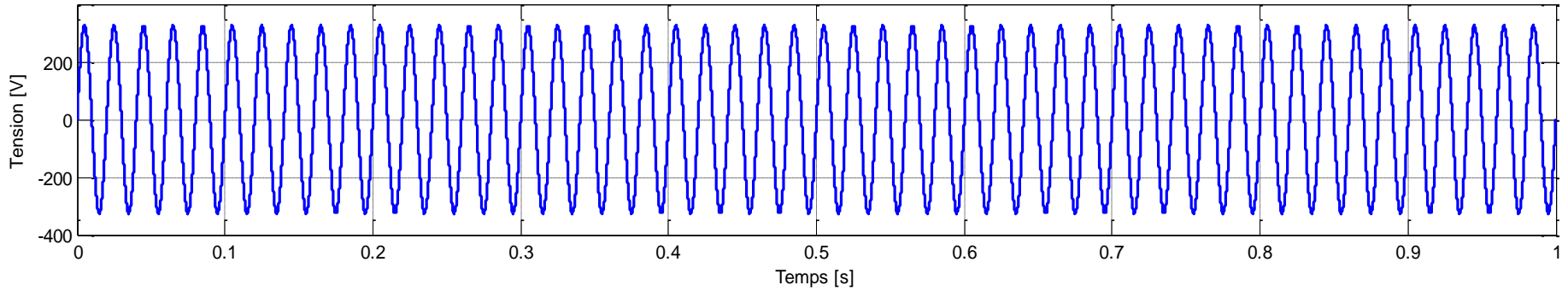


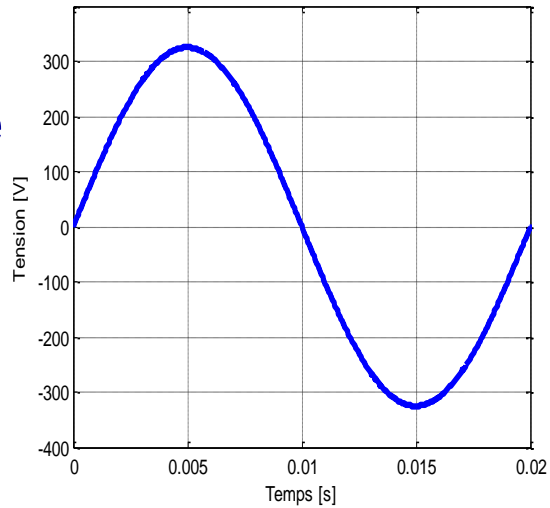
Diagramme de Kapp

# Systeme triphasé

# Signal sinusoidal (tension)



Amplitude  
 $V_{\max}$



Période  
 $T$  [s] ;  $1/f$

**En France :**

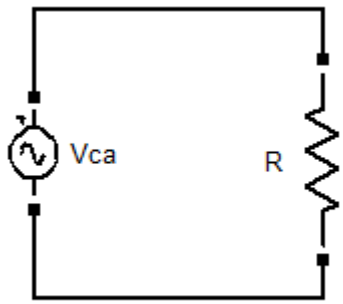
->  $f = 50$  Hz

->  $V_{\text{eff}} = 230$  V

# Valeur efficace

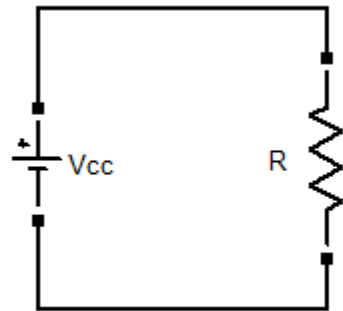
Pour un signal quelconque  $x_{\text{efficace}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt}$

Pour un signal sinusoïdal  $X_{\text{eff}} = \sqrt{\int_t^{t+T} \frac{1}{T} x^2(t) \cdot dt}$  ;  $x(t) = X_{\text{max}} \sin(\omega t)$



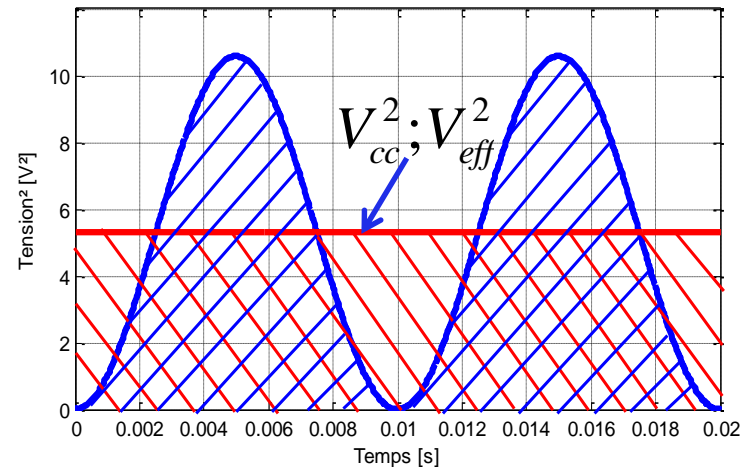
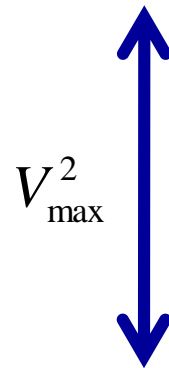
Chaleur

$$P = \frac{V_{\text{eff}}^2}{R}$$



Chaleur

$$P = \frac{V_{\text{cc}}^2}{R}$$



$$V_{\text{eff}}^2 = \frac{V_{\text{max}}^2}{2} \Rightarrow V_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

# Systeme triphasé

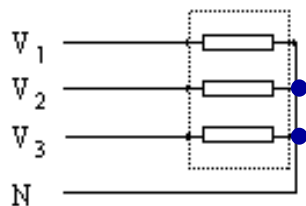
Un système triphasé alternatif est composé de trois tensions sinusoïdales de même fréquence et généralement de même amplitude qui sont déphasées entre elles de  $120^\circ$  ou  $2\pi/3$  radians (dans le cas idéal).

$$v_1 = V_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

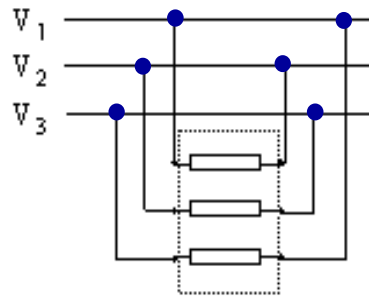
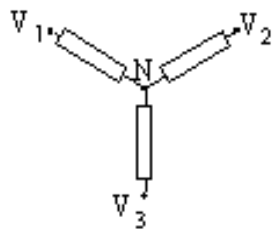
$$v_2 = V_2 \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \varphi_1 - \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$v_3 = V_3 \sqrt{2} \sin\left(\omega t + \varphi_1 - \frac{4}{3}\pi\right)$$

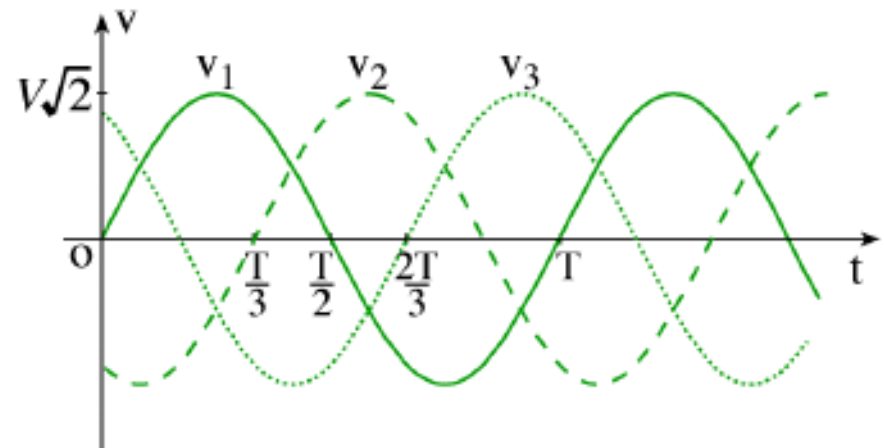
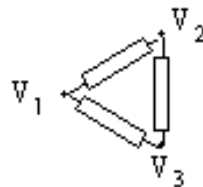
Un système triphasé est équilibrée lorsque les trois tensions possèdent la même valeur efficace et qu'elles sont déphasées de  $2\pi/3$  l'une par rapport à l'autre.



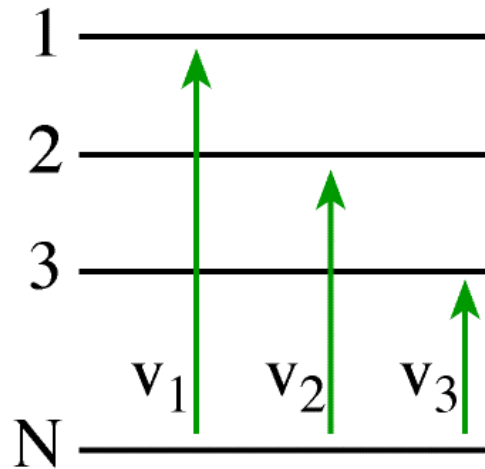
Couplage étoile



Couplage triangle



# Tensions simples ; tensions composées



tensions simples :  
entre les phases et le  
neutre

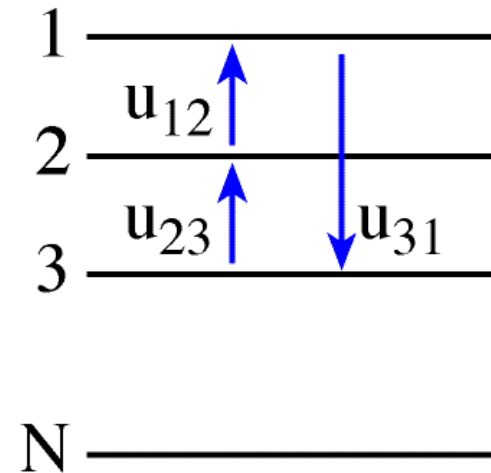
$$v_1, v_2, v_3$$

$$u_{12} = v_1 - v_2$$

$$u_{23} = v_2 - v_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1$$

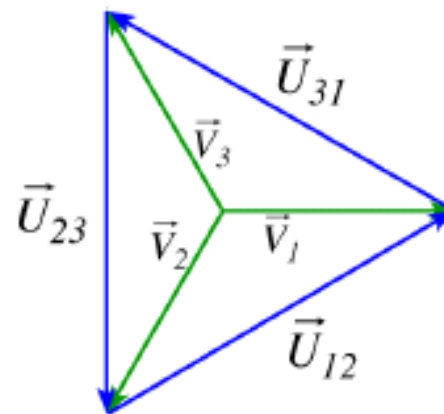
$$u_{ij} = v_i - v_j = U_{ij} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_{ij})$$



tensions  
composées : entre  
les phases

$$u_{12}, u_{23}, u_{31}$$

$$\boxed{U = V \sqrt{3}}$$

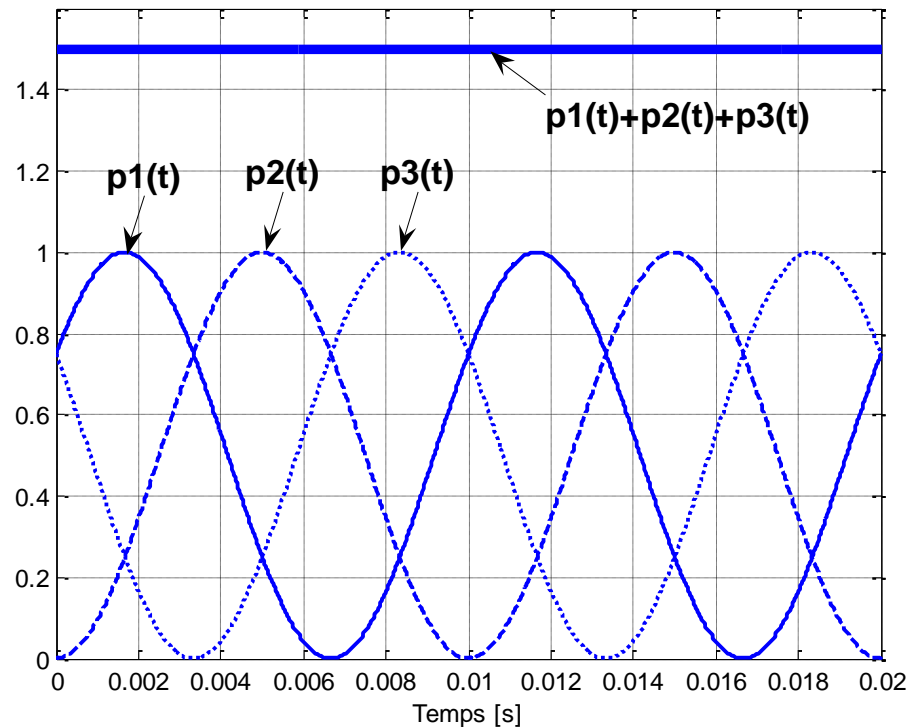


# Pourquoi le triphasé?

- Les machines triphasées ont des puissances de plus de 50% supérieures aux machines monophasées de même masse et donc leurs prix sont moins élevés (le prix est directement proportionnel à la masse de la machine).

- Lors du transport de l'énergie électrique, les pertes sont moindres en triphasé.

- Un système triphasé délivre une puissance instantanée sans composante pulsée contrairement au courant monophasé où la puissance instantanée est une sinusoïde



# Puissances en triphasé

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \quad \text{- Puissance active [W - Watt]}$$

$$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \quad \text{- Puissance réactive [VAR – VoltAmpèreRéactif]}$$

$$S = 3 \cdot V \cdot I = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad \text{- Puissance apparente [VA – VoltAmpère]}$$

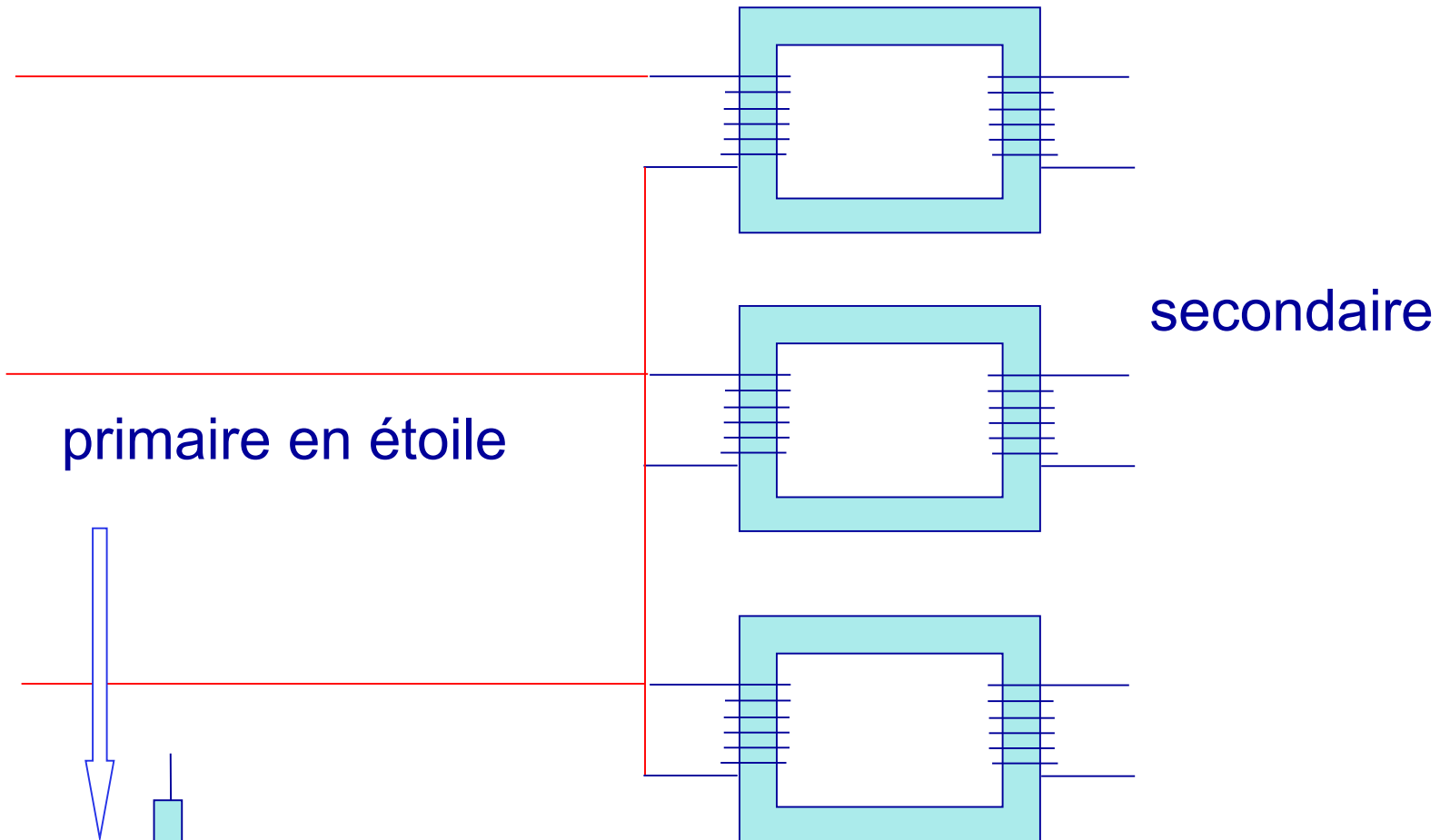
$$k = \cos(\varphi) \quad \text{- Facteur de puissance}$$

V – tension simple

U – tension composée

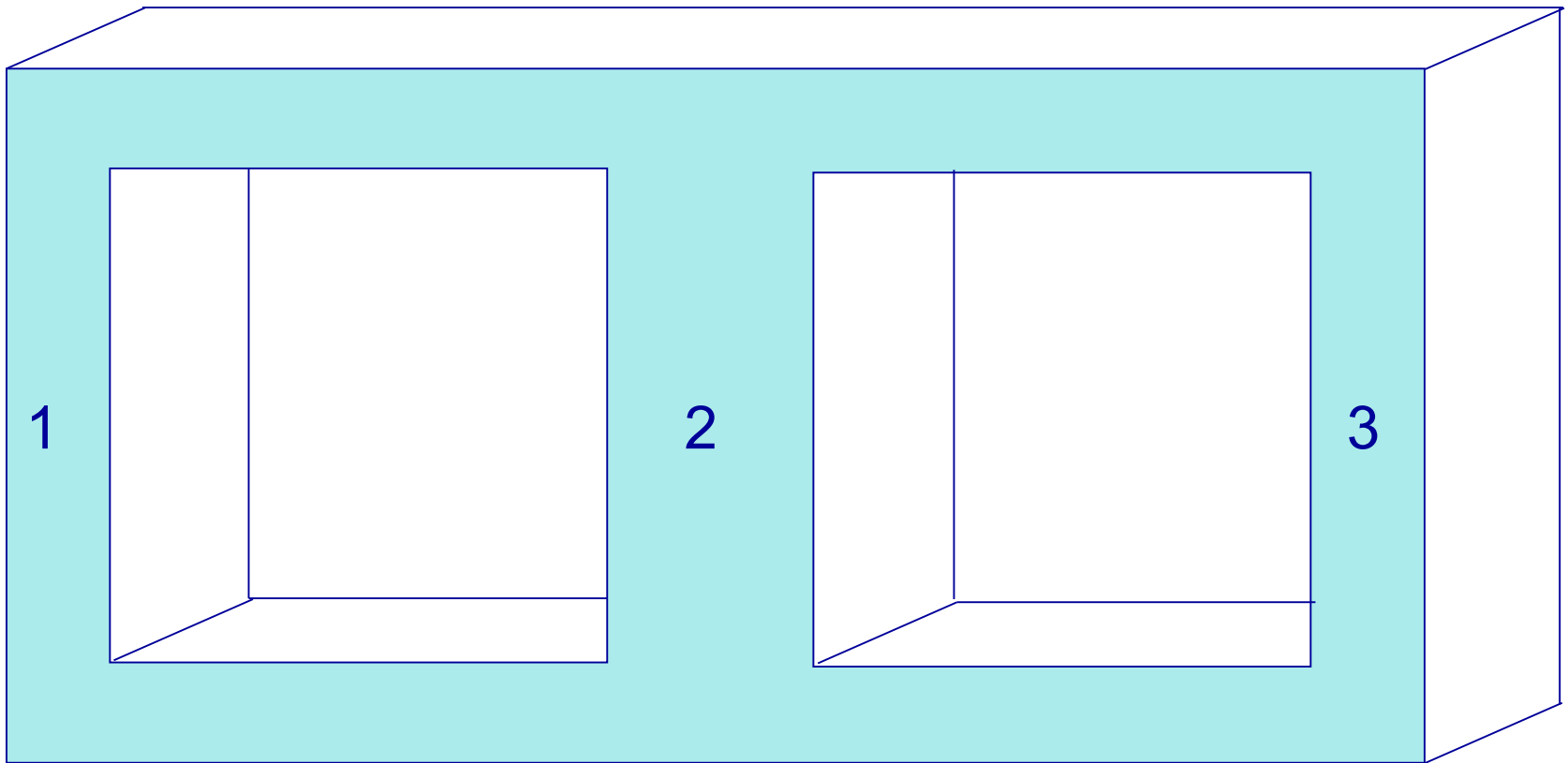
# Transformateur triphasé

# Il serait possible d'utiliser 3 transformateurs monophasés identiques



Les flux magnétiques  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$  sont distincts et indépendants. On dit qu'il s'agit d'un transformateur triphasé à **flux libres**.

En pratique, on réalise la configuration suivante :



Circuit magnétique usuel à 3 noyaux

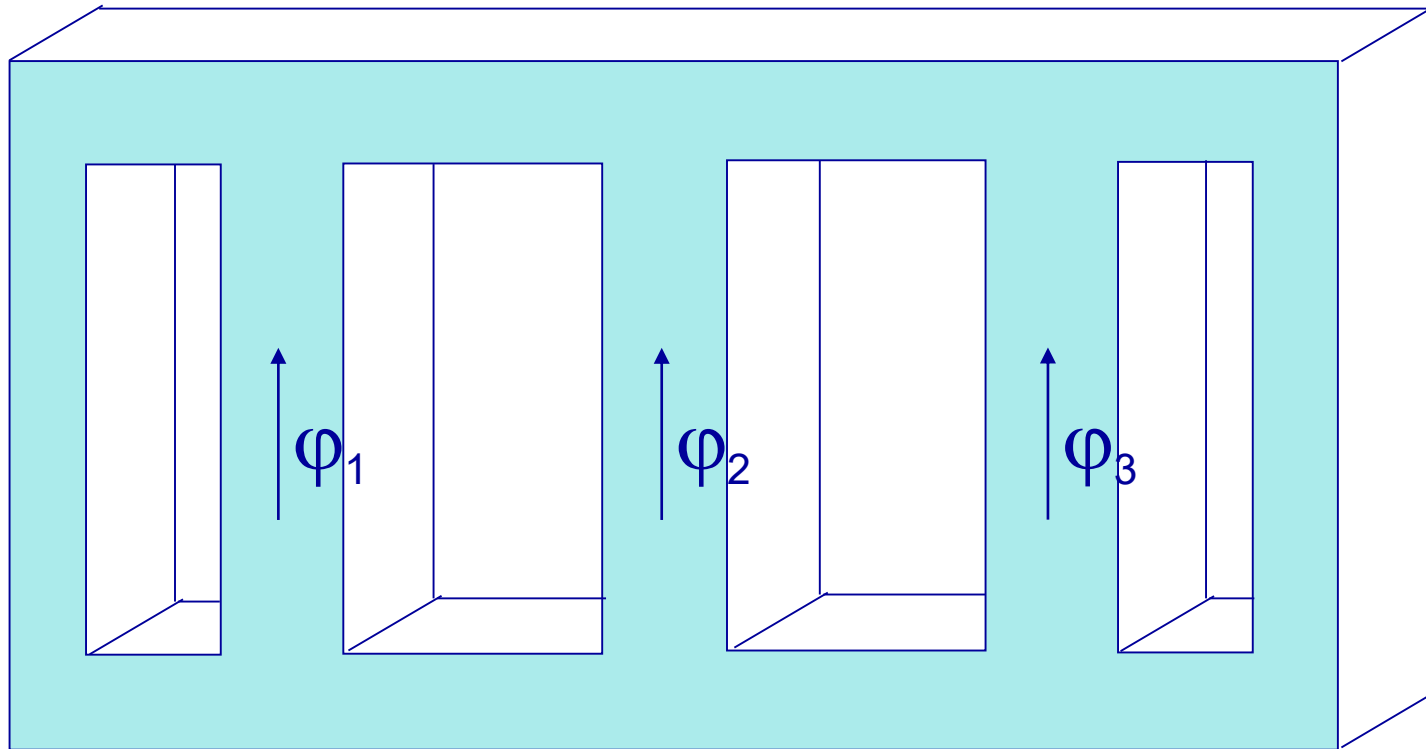
Même si les tensions appliquées ne forment pas un système triphasé équilibré, on a obligatoirement :

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$$

(loi des nœuds appliquée au circuit magnétique)

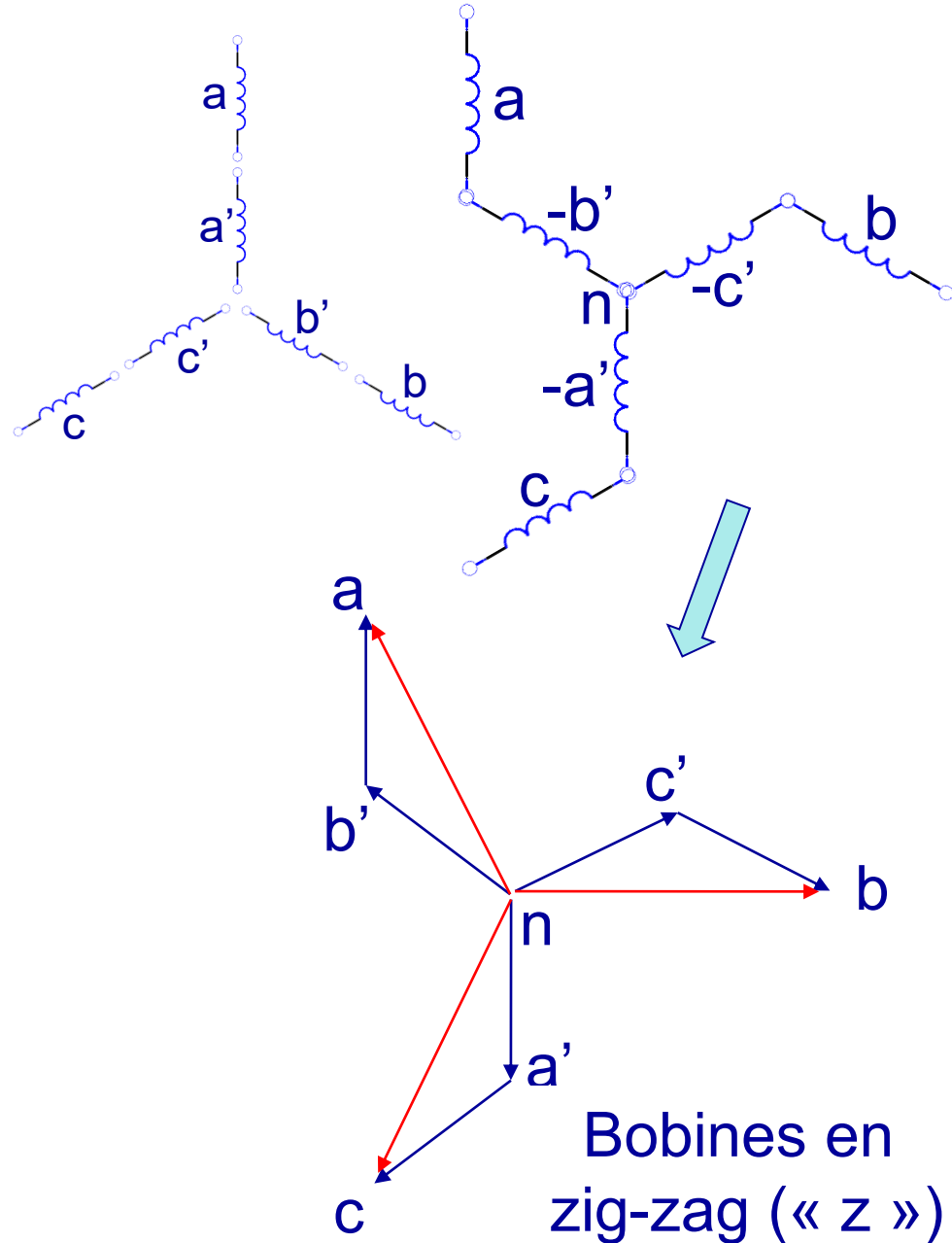
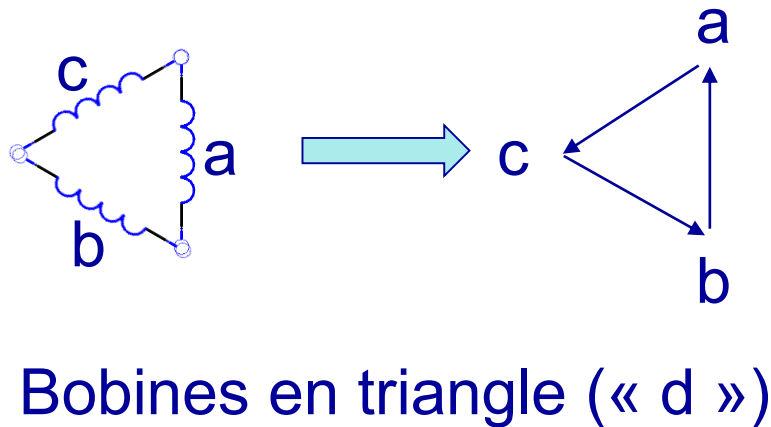
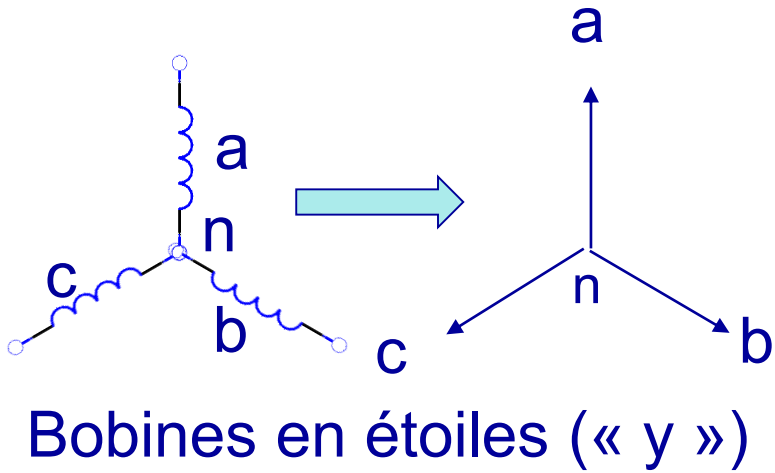
On dit qu'il s'agit d'un transformateur à **flux forcés**

On utilise parfois des circuits magnétiques à 5 noyaux.  
Les 2 noyaux latéraux supplémentaires non bobinés forment un passage de réluctance faible pour le flux total, ce qui restitue une certaine indépendance aux flux  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$



# Couplage d'un transformateur triphasé

# Modes de connexion des enroulements triphasés



## Les enroulements primaires d'un transformateur peuvent être reliés :

en étoile, symbole Y

en triangle, symbole D - utilisé au primaire d'un transformateur abaisseur de tension pour la distribution électrique (il n'y a pas de neutre)

## Les enroulements secondaires d'un transformateur peuvent être reliés :

en étoile, symbole y - permet d'avoir accès à deux tensions : la tension ligne à ligne (400 V) et la tension ligne à neutre (230 V) . Généralement monté au secondaire des transformateurs de distribution.

en triangle, symbole d

en zig-zag, symbole z - permet, lors de la perte d'une phase au primaire, d'avoir au secondaire une tension pratiquement identique sur les trois phases.

L'association d'un mode de connexion du primaire avec un mode de connexion du secondaire caractérise un **couplage du transformateur** (Yz par exemple).

Pour représenter le schéma d'un transformateur triphasé, on établit les conventions suivantes, on note par :

A, B, C les bornes du primaire

a, b, c les bornes du secondaire

# Indice horaire

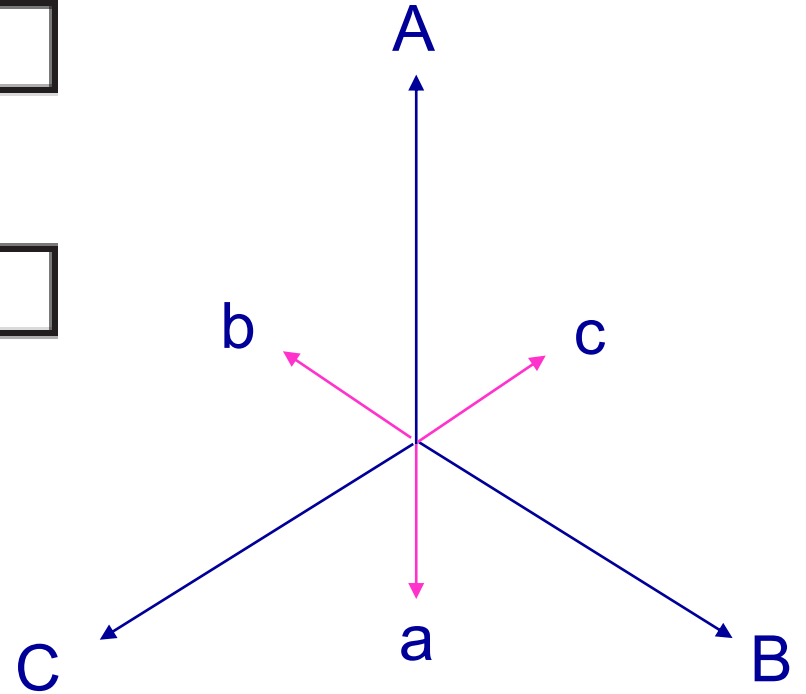
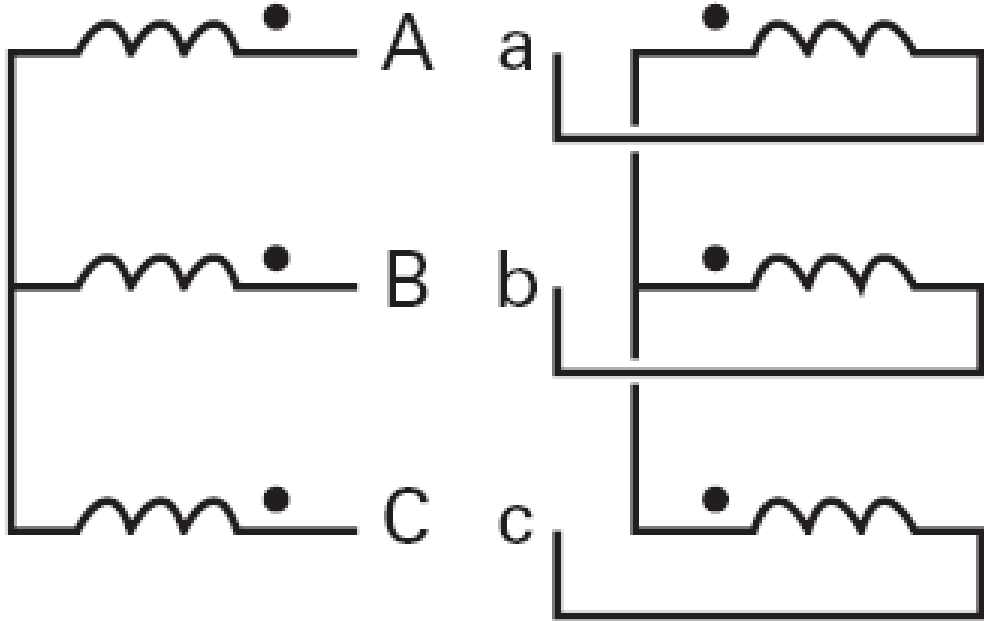
Selon le couplage choisi, le déphasage entre tensions phase-neutre homologues ( $V_{an}$  et  $V_{AN}$  par ex) est imposé.

En triphasé, les déphasages obtenus sont nécessairement des multiples entiers de  $30^\circ$  ( $\pi/6$ ).

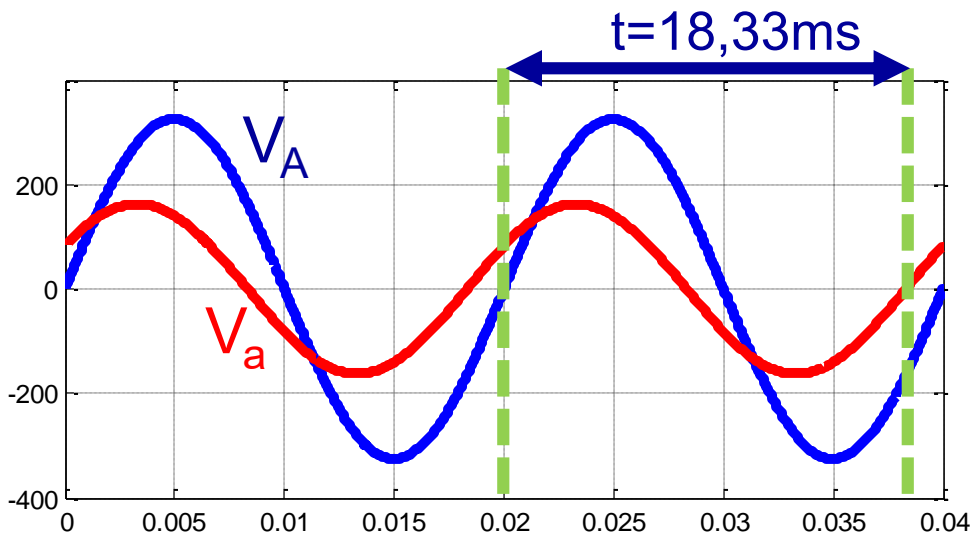
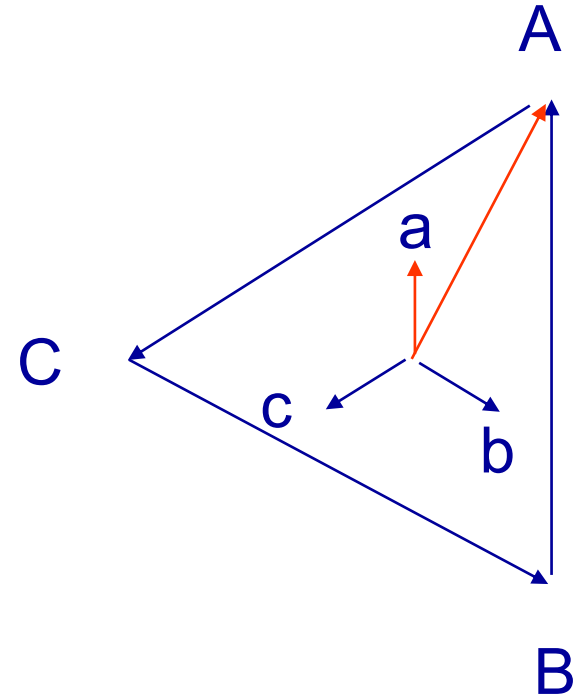
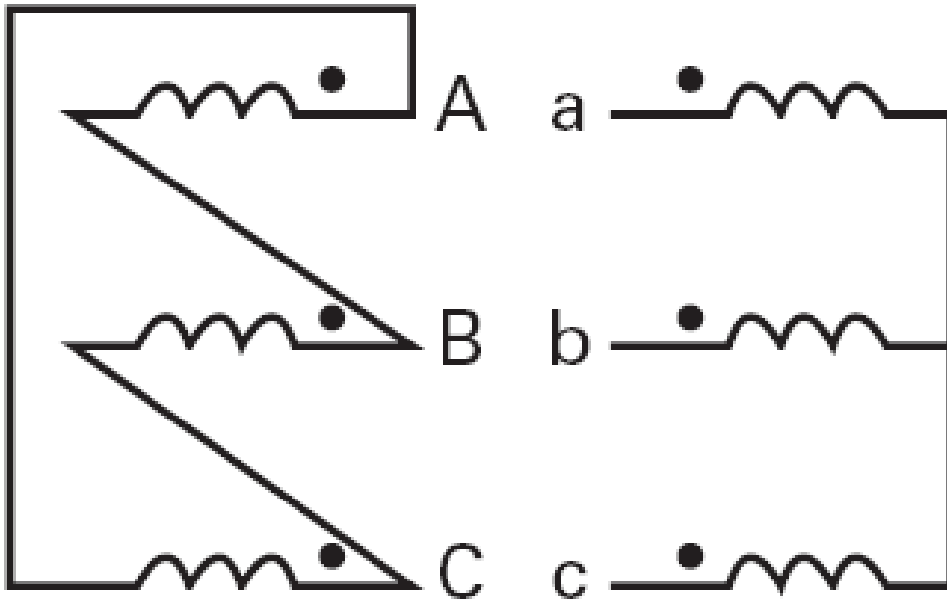
En posant  $\theta$  l'angle entre  $V_{an}$  et  $V_{AN}$ , l'indice horaire est donc le nombre entier  $n$  tel que  $\theta = n.\pi/6$ , avec  $\theta$  positif,  $V_{an}$  étant toujours prise en retard sur  $V_{AN}$ .

$\theta$  varie de  $0$  à  $330^\circ$ , donc  $n$  varie de  $0$  à  $11$

# Couplage Yy6



# Couplage Dy11



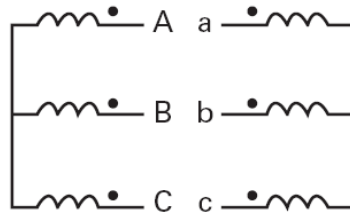
$$T = 20\text{ms (50Hz)} \rightarrow 360^\circ$$

$$t = 18,33\text{ms} \rightarrow \theta$$

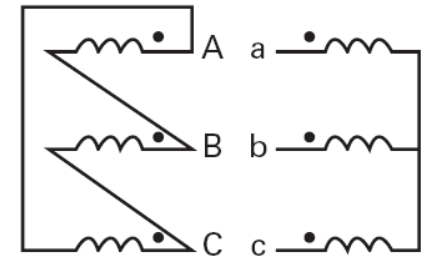
$$\theta = \frac{t \cdot 360^\circ}{T} = 330^\circ$$

# Les couplages les plus courants :

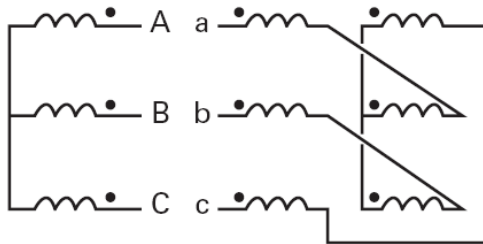
Yy0



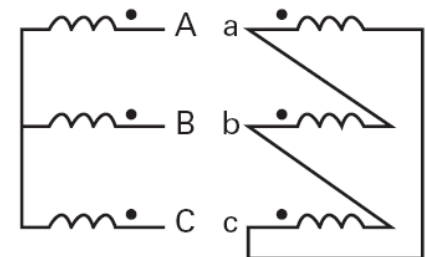
Dy11



Yz11



Yd11



## **Bibliographie:**

**Claude ROUXEL : Mathématiques pour l'électricien - Nombres complexes**

Références : **Techniques de l'ingénieur**

Dossier : **D31**

Bases documentaires : **Convertisseurs et machines électriques**

**H. FOCH, R. ARCHES, Y. CHÉRON,... : Alimentations à découpage - Le transformateur**

Références : **Techniques de l'ingénieur**

Dossier : **D3164**

Bases documentaires : **Convertisseurs et machines électriques**

**Georges MANESSE : Transformateurs statiques - Principes et fonctionnement**

Références : **Techniques de l'ingénieur**

Dossier : **D3050**

Bases documentaires : **Convertisseurs et machines électriques**

**J.M. ESCANÉ, P. BASTARD : Réseaux électriques linéaires - Systèmes triphasés**

Références : **Techniques de l'ingénieur**

Dossier : **D80**

Bases documentaires : **Convertisseurs et machines électriques**